

Листок 1. Алгебраические выражения.**Определение.** Модуль (абсолютное значение) действительного числа (обозначается $|a|$):

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

1. При каких x :

а) $|x| = -1$; б) $|x| = 3$; в) $|x - 1| > 1$; г) $||x - 1| + |x + 1|| \leq 2$?

2. При каких b возможны равенства:

а) $|a| = b$; б) $|a| = -b$; в) $|b| = -b$; г) $|b| = -b^2$?

3. Докажите, что:

а) $a \leq |a|$; б) $-a \leq |a|$; в) $|a| = |-a|$; г) $|a - b| = |b - a|$.

4. Докажите, что

а) $|a + b| \leq |a| + |b|$; б) $|a + b| = |a| + |b|$ тогда и только тогда, когда $ab \geq 0$;

в) $|a - b| \leq |a| + |b|$; г) $|a - b| \geq |a| - |b|$; д) $|a - b| \geq ||a| - |b||$; е) $|a + b| \geq ||a| - |b||$.

5. Докажите, что: а) $|ab| = |a||b|$; б) $|abc| = |a||b||c|$.6. Выражение $|x - 1|$ можно записать без знака модуля: $|x - 1| = \begin{cases} 1 - x, & \text{если } x \in (-\infty; 1], \\ x - 1, & \text{если } x \in [1; +\infty). \end{cases}$

Запишите без знака модуля:

а) $|x + 3|$; б) $|x - 2| - 2|x + 2|$; в) $||x| - 1|$; г) $|x + 4| + |x + 1| + |x| + |x - 1|$.

7. Запишите при помощи знака модуля, что:

а) по крайней мере одно из чисел a, b, c, d не равно нулю;б) по крайней мере два из чисел a, b, c различны.8. Найдите корни уравнения: а) $|x| - 2|x + 1| + 3|x + 2| = 0$; б) $|x^2 + 4x - 5| + |2 - 2x^2| = 0$.9. Упростите: а) $\frac{191919}{454545}$; б) $\frac{111122221111}{123456787654321}$.**Деление многочлена на многочлен „столбиком“.**Проиллюстрируем этот метод на примере деления многочлена $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5$ на $x^2 - 1$.

$$\begin{array}{r} 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5 \quad - 5 \left| \begin{array}{l} x^2 - 1 \\ 2x^2 - 3x + 6 \end{array} \right. \\ \underline{2x^4} - 2x^2 \\ - 3x^3 + 6x^2 \\ \underline{- 3x^3} + 3x \\ 6x^2 - 3x - 5 \\ \underline{ 6x^2} - 6 \\ - 3x + 1 \end{array}$$

Таким образом, получаем, что $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5 = (2x^2 - 3x + 6)(x^2 - 1) + (-3x + 1)$.

Заметим, что степень остатка всегда строго меньше степени делителя.

10. Разделите $12x^4 + 4x^3 + 9x + 3$ на $3x - 2$.11. Разложите на множители: а) $x^4 - 4x^3 + 8x^2 - 16x + 16$; б) $x^4 + 17x^2 + 81$.12. Найдите корни уравнения: $x^3 + 3x^2 - 3x - 1 = 0$.13* Упростите: $\left(\frac{1-x}{x^2+x^3-x^4} - \frac{x^3+x-2}{x^5-x^3-3x^2-x} \right) : \left(\frac{1+x}{x^3+x^4+x^5} - \frac{1-x+x^2}{x^3} \right)$.